

# Pysikalisch-Chemisches Rechnen; Übung 2 im WS 2019/20

1.) Formulieren Sie die Ableitungen folgender Funktionen

a)  $y = \ln(2x^2 - 1)$  (1. und 2. Ableitung)

b)  $y = e^{-x^2}$  (1. Ableitung)

c)  $y = x^2 e^{-x^2}$  (nur 1. Ableitung)

d)  $y = \sqrt{2+x^2}$  (nur 1. Ableitung)

2.) Extremwertbeispiel

Für die Temperaturabhängigkeit der Dichte  $\rho$  des Wassers  $\rho = f(\vartheta)$  wurde folgende Funktion der Form  $y = a + bx - cx^2 + dx^3$  mit den Konstanten a,b,c und d ermittelt:

$$\rho = 1 + 5,2939 \cdot 10^{-5} \vartheta - 6,5322 \cdot 10^{-6} \vartheta^2 + 1,445 \cdot 10^{-8} \vartheta^3 \quad \text{mit } \rho \text{ in g/mL und } \vartheta \text{ in } ^\circ\text{C}.$$

Bei welcher Temperatur liegt die maximale Dichte des Wassers vor? Dazu bilden Sie  $d\rho/d\vartheta$  und setzen Sie diese 1. Ableitung gleich 0. Anschließend lösen Sie die quadratische Gleichung (siehe Meyer-Skript): Ergebnis  $\vartheta = 4,1 \text{ } ^\circ\text{C}$ .

3.) Finden Sie die häufigste Geschwindigkeit  $v_h$  im Maximum der Maxwell-Boltzmann Geschwindigkeitsverteilung bei konstanter Temperatur T gemäß:

$$f(v) = \frac{4}{\sqrt{\pi}} \left( \frac{M}{2RT} \right)^{3/2} \cdot v^2 \cdot e^{-\left( \frac{Mv^2}{2RT} \right)} \quad \text{mit Geschwindigkeit } v \text{ und den Konstanten } M, R \text{ und } T.$$

Hinweis: nur positive Geschwindigkeiten sind sinnvoll. Ergebnis:  $v_h = \left( \frac{2RT}{M} \right)^{1/2}$

4.)a) Formulieren Sie die 1. und 2. Ableitung des kritischen Drucks  $p_k$  nach  $V_{m,k}$  der van der

Waals Zustandsfunktion  $p_k = \frac{RT_k}{V_{m,k} - b} - \frac{a}{V_{m,k}^2}$  gemäß  $\left( \frac{dp_k}{dV_{m,k}} \right)_{T_k}$  und  $\left( \frac{d^2p_k}{dV_{m,k}^2} \right)_{T_k}$ .

b) Zeigen Sie, dass die van der Waalsgleichung  $p = \frac{RT}{V_m - b} - \frac{a}{V_m^2}$  eine Zustandsfunktion ist.

5.) Handelt es sich bei folgenden Funktionen um Zustandsfunktionen? Wenn ja, formulieren Sie die entsprechenden vollständigen Differenziale mit den berechneten partiellen

Differenzialquotienten: a)  $y = x^3 z^2$     b)  $p = \frac{RT}{V_m}$     c)  $T = \frac{pV_m}{R}$ . (ja alle 3)